

## 2021 年度 入学試験問題

## 数 学

(80 分)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子は 7 ページまでである。試験開始後、問題冊子の印刷不鮮明、ページの抜け落ち、ページ順序の誤りまたは解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答用紙は**記述式解答用紙 A**のみである。
4. 監督者の指示に従って、解答用紙の所定欄に受験番号と氏名及びフリガナを正しく丁寧に記入すること（下の「解答用紙 記入上の注意」を参照）。
5. **解答用紙には、第 2 面にも解答欄があるので注意すること。**
6. **解答は解答用紙の所定欄に記入すること。その他の部分に記入された内容は採点対象外とする。**
7. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離さないこと。
8. 問題冊子は必ず持ち帰ること。

## 解答用紙 記入上の注意

## 受験番号の記入について

受験番号（英字と算用数字）は、次の記入例のように正しく丁寧に記入すること。

（記入例）

A B C D E F G H I J K L M

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9





1 以下の問いに答えよ。

問1 次の関数を微分せよ。

$$(1) y = (\sin x + \cos^3 3x)^3 \qquad (2) y = e^{-(\log x)^2}$$

問2  $a \left( > \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$  を定数とする。関数  $y = e^{-(x-a)^2}$  について、以下の(1)~(4)に答えよ。

(1)  $y'$  を求めよ。また、この関数の極値をすべて求めよ。

(2)  $y''$  を求めよ。また、この関数の曲線の変曲点をすべて求めよ。

(3) この関数の曲線の漸近線の方程式を求めよ。

(4) この関数のグラフをかけ。

問3 毎秒  $2 \text{ cm}^2$  の割合で表面積が増加している立方体がある。この立方体の一辺を  $a \text{ cm}$ 、表面積を  $S \text{ cm}^2$ 、体積を  $V \text{ cm}^3$  とする。 $a=10$  になった瞬間における体積の時間に対する変化率を求めることを考える。以下の(1)~(3)に答えよ。

(1)  $S$  と  $V$  を  $a$  を用いて表せ。

(2)  $\frac{dV}{dS}$  を  $a$  を用いて表せ。

(3)  $a=10$  になった瞬間における体積の時間に対する変化率を求めよ。

2 以下の問いに答えよ。

問1 以下の(1)から(3)に答えよ。

- (1)  $\vec{x} = (1, 2, 1)$  と  $\vec{y} = (-1, 1, 2)$  のなす角を求めよ。
- (2)  $\vec{x} = (1, 2, 3)$  と  $\vec{y} = (3, 2, 1)$  の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。
- (3) 次の4点が同一平面上にあるとき、 $t$ の値を求めよ。  
 $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 3, 1)$ ,  $B(2, 1, 1)$ ,  $C(-t, 1, 2+t)$

問2 三角形  $OPQ$  において、 $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ ,  $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$  とする。以下の(1)と(2)に答えよ。

- (1) 点  $Q$  から直線  $OP$  に下ろした垂線の長さを  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  を用いて表せ。
- (2) 三角形  $OPQ$  の面積を  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  を用いて表せ。

問3 四面体  $OABC$  において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とする。以下の(1)から(4)に答えよ。

- (1) 三角形  $OAB$  の重心を  $G_1$  とする。 $\overrightarrow{OG_1}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2) 三角形  $OBC$ , 三角形  $OCA$  の重心を  $G_2$ ,  $G_3$  とする。三角形  $G_1G_2G_3$  の重心を  $G$  とする。  
また、三角形  $ABC$  の重心を  $G_4$  とする。 $\overrightarrow{OG_4}$  を  $\overrightarrow{OG}$  を用いて表せ。
- (3)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{AC}$  を求めよ。
- (4)  $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OC}$  のとき、 $\overrightarrow{OB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  の関係を求めよ。

**3** 以下の問いに答えよ。

問1 次の積分を求めよ。

$$(1) \int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx$$

$$(2) \int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}} dx$$

$$(3) \int x \sin x \cos x dx$$

問2 曲線  $C: y = \log x$  がある。点  $(e, 1)$  における曲線  $C$  の接線を  $L$  とする。ただし、 $e$  は自然対数の底である。以下の(1)から(3)に答えよ。

(1) 接線  $L$  の方程式を求めよ。

(2) 接線  $L$ ,  $x$  軸, 曲線  $C$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

(3) 接線  $L$ ,  $x$  軸, 曲線  $C$  で囲まれた部分を  $x$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

- 4 下の表は50人の大学生の入学時の成績と卒業時の成績を100点満点で示している。入学時の点数を  $x$  点, 卒業時の点数を  $y$  点とし,  $x$  と  $y$  の平均値を  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  とする。以下の問いに答えよ。

学生番号	$x$	$y$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
01	80	35	625	225	-375
02	57	75	4	625	50
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
50	57	65	4	225	30
合計	<b>A</b>	<b>B</b>	26826	14856	7480

問1 表の **A**, **B** に入る値を求めよ。

問2  $x$ ,  $y$  それぞれの分散, 標準偏差を小数第1位を四捨五入して, 整数で求めよ。

問3  $x$  と  $y$  の相関係数を小数第2位を四捨五入して, 小数第1位まで求めよ。

問4  $x$  と  $y$  の散布図として最も適切なものを次のア～オから選べ。

