201

受験番号	

2021 年度　入学試験問題

数　　学

（80 分）

数学①［4 ～ 7ページ］
数学②［8 ～11ページ］

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはならない。
2．この問題冊子は 11 ページまである。試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの抜け落ち，ページ順序の誤りまたは解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
3．解答用紙は**記述式解答用紙Ａ** 2 枚である。
4．監督者の指示に従って，解答用紙の所定欄に受験番号と氏名及びフリガナを正しく丁寧に記入すること（下の「解答用紙 記入上の注意」を参照)。解答用紙 2 枚ともに記入すること。
5．解答用紙の下に学部・学科の欄がある。監督者の指示に従って，受験する学部・学科の欄を切り取り，切り取った部分は持ち帰ること。
6．**物理学科を受験する者は数学①を，生物学科を受験する者は数学②を，その他の学部・学科を受験する者は数学①と数学②のいずれかを選択し解答すること。数学①を選択した場合は，帯の色が紫色の解答用紙を使用すること。数学②を選択した場合は，帯の色が橙色の解答用紙を使用すること。**
7．選択しなかった科目の解答用紙は，試験終了後に回収する。
8．**解答用紙には，第 2 面にも解答欄があるので注意すること。**
9．**解答は解答用紙の所定欄に記入すること。その他の部分に記入された内容は採点対象外とする。**
10．問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離さないこと。
11．問題冊子は必ず持ち帰ること。

解答用紙 記入上の注意

受験番号の記入について

受験番号（英字と算用数字）は，次の記入例のように正しく丁寧に記入すること。

（記入例）

A B C D E F G H I J K L M
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

201

数　学　①

〔注意 1〕数学 ① を選択した場合は，帯の色が紫色の解答用紙を使用せよ。

〔注意 2〕解答には結果だけでなく，結果に至るまでの過程も記述せよ。

1　三角形 ABC において，$\angle A = 60^\circ$，$AB = 4$，$AC = 5$ とする。$\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，AD の長さを求めよ。

2 次の確率を求めよ。

(1) 3個のサイコロを投げたとき，2個のサイコロの目の和が12となる確率

(2) 3個のサイコロを投げたとき，すべてのサイコロの目の和が12となる確率

(3) 4個のサイコロを投げたとき，すべてのサイコロの目の和が12となる確率

3 a を実数とし，関数 $f(x)=|x^3-3x+a|$ の $0 \leqq x \leqq 2$ における最大値を $M(a)$ とする。a の値が変化するとき，$M(a)$ の最小値を求めよ。

4 関数 $f(x)=\dfrac{x^2(1-x)^2}{1+x^2}$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 任意の実数 x に対して $f(x)=x^2-2x+\dfrac{2x}{1+x^2}$ が成り立つことを示せ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ を求めよ。

(3) $e<2\sqrt{2}$ が成り立つことを示せ。ただし，e は自然対数の底とする。

201

数　学　②

〔注意 1〕数学 ② を選択した場合は，帯の色が橙色の解答用紙を使用せよ。

〔注意 2〕解答には結果だけでなく，結果に至るまでの過程も記述せよ。

1　三角形ABCにおいて，$\angle A = 60^\circ$，$AB = 4$，$AC = 5$ とする。$\angle A$ の二等分線と辺BCの交点をDとするとき，ADの長さを求めよ。

2 次の確率を求めよ。

(1) 3個のサイコロを投げたとき，2個のサイコロの目の和が12となる確率

(2) 3個のサイコロを投げたとき，すべてのサイコロの目の和が12となる確率

(3) 4個のサイコロを投げたとき，すべてのサイコロの目の和が12となる確率

3 a を実数とし，関数 $f(x)=\left|x^3-3x+a\right|$ の $0 \leqq x \leqq 2$ における最大値を $M(a)$ とする。a の値が変化するとき，$M(a)$ の最小値を求めよ。

4 2次方程式 $x^2-x-1=0$ の2つの解を α，β とする。自然数 n に対して $L_n=\alpha^n+\beta^n$ とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) L_1，L_2，L_3 を求めよ。

(2) 任意の自然数 n に対して $L_{n+2}=L_{n+1}+L_n$ が成り立つことを証明せよ。

(3) 任意の自然数 n に対して L_n-3^{n-1} は5の倍数であることを証明せよ。

203

受験番号	

2021年度　入学試験問題

数　学・理　科

（80分）

数　学［4 ～ 7ページ］
化　学［8 ～13ページ］
生　物［14～25ページ］

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはならない。
2．この問題冊子は25ページまである。試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの抜け落ち，ページ順序の誤りまたは解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
3．解答用紙は**記述式解答用紙A** 3枚である。
4．監督者の指示に従って，解答用紙の所定欄に受験番号と氏名及びフリガナを正しく丁寧に記入すること（下の「解答用紙 記入上の注意」を参照)。選択しない科目を含め，3枚とも記入すること。
5．**出願した学部により，解答する教科が異なるので，注意すること。**
6．選択しなかった科目の解答用紙は，試験終了後に回収する。
7．**解答用紙には，第2面にも解答欄があるので注意すること。**
8．**解答は解答用紙の所定欄に記入すること。その他の部分に記入された内容は採点対象外とする。**
9．問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離さないこと。
10．問題冊子は必ず持ち帰ること。

解答用紙 記入上の注意

受験番号の記入について

受験番号（英字と算用数字）は，次の記入例のように正しく丁寧に記入すること。

（記入例）

A B C D E F G H I J K L M
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

203

数　　　　学

〔注意〕解答には結果だけでなく，結果に至るまでの過程も記述せよ。

1　次の値を計算せよ。

$$(\log_3 4+\log_9 16)(\log_4 9+\log_{16} 3)$$

2 $\alpha=2+\sqrt{3}$, $\beta=\dfrac{\alpha+i}{\alpha-i}$ とおく。ただし，i は虚数単位とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\tan\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{1}{\alpha}$ が成り立つことを証明せよ。

(2) β を極形式で表せ。ただし，偏角 θ は $0\leqq\theta<2\pi$ とする。

(3) $\beta^n=1$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。

3 s を実数の定数で $s>1$ を満たすものとする。任意の自然数 n に対して

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^s}, \quad b_n = a_n + \frac{1}{(s-1)n^{s-1}}$$

とおく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 任意の自然数 n に対して $(n+1)^s - n^s > sn^{s-1}$ が成り立つことを証明せよ。

(2) (1)の不等式を利用して，任意の自然数 n に対して $b_{n+1} < b_n$ が成り立つことを証明せよ。

(3) 任意の自然数 n に対して $a_n \leqq \dfrac{1}{s-1}\left(s - \dfrac{1}{n^{s-1}}\right)$ が成り立つことを証明せよ。

$\boxed{4}$ p を正の実数とする。任意の自然数 n に対して

$$a_n = \int_n^{2n} \frac{1}{x^p}\,dx$$

とおくとき，数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。

204

受験番号	

2021 年度　入学試験問題

数　　学

（80 分）

数学①［4 ～ 7 ページ］
数学②［8 ～11ページ］

受験についての注意

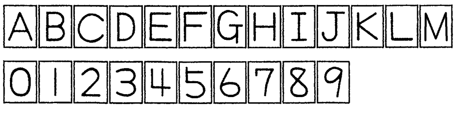
1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはならない。
2．この問題冊子は 11 ページまである。試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの抜け落ち，ページ順序の誤りまたは解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
3．解答用紙は**記述式解答用紙Ａ** 2 枚である。
4．監督者の指示に従って，解答用紙の所定欄に受験番号と氏名及びフリガナを正しく丁寧に記入すること（下の「解答用紙 記入上の注意」を参照)。解答用紙 2 枚ともに記入すること。
5．解答用紙の下に学部・学科の欄がある。監督者の指示に従って，受験する学部・学科の欄を切り取り，切り取った部分は持ち帰ること。
6．**物理学科を受験する者は数学①を，生物学科を受験する者は数学②を，その他の学部・学科を受験する者は数学①と数学②のいずれかを選択し解答すること。数学①を選択した場合は，帯の色が茶色の解答用紙を使用すること。数学②を選択した場合は，帯の色がピンク色の解答用紙を使用すること。**
7．選択しなかった科目の解答用紙は，試験終了後に回収する。
8．**解答用紙には，第 2 面にも解答欄があるので注意すること。**
9．**解答は解答用紙の所定欄に記入すること。その他の部分に記入された内容は採点対象外とする。**
10．問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離さないこと。
11．問題冊子は必ず持ち帰ること。

解答用紙 記入上の注意

受験番号の記入について

受験番号（英字と算用数字）は，次の記入例のように正しく丁寧に記入すること。

（記入例）



204

数　学　①

〔注意 1〕数学 ① を選択した場合は，帯の色が茶色の解答用紙を使用せよ。

〔注意 2〕解答には結果だけでなく，結果に至るまでの過程も記述せよ。

1　曲線 $C : y = x|x|$ 上の点（a, a^2）（$a > 0$）における C の接線を ℓ とする。このとき，曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積を求めよ。

2 n を自然数とする。xy 平面において，不等式 $|y| \leqq n^2 - x^2$ の表す領域を D_n とし，領域 D_n に含まれる格子点の個数を L_n とする。ただし，点（x，y）が格子点であるとは，座標 x，y がともに整数であることをいう。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 領域 D_1 を図示し，L_1 を求めよ。

(2) k を $-n \leqq k \leqq n$ を満たす整数とするとき，領域 D_n に含まれる格子点で直線 $x = k$ 上にあるものの個数を n，k の式で表せ。

(3) L_n を n の式で表せ。

3 aを実数とする。座標空間において4点A$(3,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 4,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 5)$，P$(a,\ a,\ a)$が同一平面上にあるとき，aの値を求めよ。

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ $(x>0)$ について，以下の問いに答えよ。ただし，自然対数の底 e が $2<e<3$ を満たすことは用いてよい。

(1) 関数 $f(x)$ の増減を調べよ。

(2) 自然数 a，b $(a<b)$ で $f(a)=f(b)$ を満たすものをすべて求めよ。

(3) n が自然数のとき $f\left(\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}\right)=f\left(\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}\right)$ が成り立つことを示し，3つの実数 $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}$，$\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$，$e$ を大きい順に並べよ。

数　学　②

〔注意 1〕数学 ② を選択した場合は，帯の色がピンク色の解答用紙を使用せよ。

〔注意 2〕解答には結果だけでなく，結果に至るまでの過程も記述せよ。

1　曲線 $C: y=x|x|$ 上の点 $(a,\ a^2)$ $(a>0)$ における C の接線を ℓ とする。このとき，曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積を求めよ。

2 n を自然数とする。xy 平面において，不等式 $|y| \leqq n^2 - x^2$ の表す領域を D_n とし，領域 D_n に含まれる格子点の個数を L_n とする。ただし，点 $(x,\ y)$ が格子点であるとは，座標 x, y がともに整数であることをいう。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 領域 D_1 を図示し，L_1 を求めよ。

(2) k を $-n \leqq k \leqq n$ を満たす整数とするとき，領域 D_n に含まれる格子点で直線 $x = k$ 上にあるものの個数を n, k の式で表せ。

(3) L_n を n の式で表せ。

3 a を実数とする。座標空間において4点 $\mathrm{A}(3,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 4,\ 0)$，$\mathrm{C}(0,\ 0,\ 5)$，$\mathrm{P}(a,\ a,\ a)$ が同一平面上にあるとき，a の値を求めよ。

4 以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 n が 3 で割り切れないとき，n^2 を 3 で割った余りを求めよ。

(2) 10 以下の自然数 a，b ($a \leqq b$) で a^2+b^2 が 3 で割り切れるものをすべて求めよ。

(3) $a^2+b^2=2754$ となる自然数 a，b ($a \leqq b$) をすべて求めよ。