

201 理系数学 解答

1

 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$ より,

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot AD \cdot \sin 30^\circ \Leftrightarrow 5\sqrt{3} = \frac{9}{4}AD$$

$$\text{よって, } AD = \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

(別解)

$$BC^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos 60^\circ = 21 \text{ より, } BC = \sqrt{21}$$

$$BD : DC = 4 : 5 \text{ より, } BD = \frac{4\sqrt{21}}{9}, DC = \frac{5\sqrt{21}}{9}$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 20 - \frac{140}{27} = \frac{400}{27} \text{ よって, } AD = \sqrt{\frac{400}{27}} = \frac{20}{3\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

2

(1) 3個サイコロの目の出方は 6^3 通り

2個のサイコロの目の和が12となる目の数の出方は

(6, 6, 1~5)のとき $5 \times 3 = 15$ 通り, (6, 6, 6)のとき1通り

よって, 合計 $15 + 1 = 16$ 通り

したがって, 求める確率は $\frac{16}{6^3} = \frac{2}{27}$

(2) 3個サイコロの目の出方は 6^3 通り

3個のサイコロの目の和が12となる目の数の出方は

(1, 5, 6)のとき $3! = 6$ 通り, (2, 4, 6)のとき $3! = 6$ 通り, (2, 5, 5)のとき3通り

(3, 3, 6)のとき3通り, (3, 4, 5)のとき $3! = 6$ 通り, (4, 4, 4)のとき1通り

よって, 合計 $6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 25$ 通り

したがって, 求める確率は $\frac{25}{6^3} = \frac{25}{216}$

(3) 4個サイコロの目の出方は 6^4 通り

4個のサイコロの目の和が12となる目の数の出方は

(1, 1, 4, 6)のとき $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り, (1, 1, 5, 5)のとき $\frac{4!}{2!2!} = 6$ 通り, (1, 2, 3, 6)のとき $4! = 24$ 通り

(1, 2, 4, 5)のとき $4! = 24$ 通り, (1, 3, 3, 5)のとき $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り, (1, 3, 4, 4)のとき $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り

(2, 2, 2, 6)のとき $\frac{4!}{3!} = 4$ 通り, (2, 2, 3, 5)のとき $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り, (2, 2, 4, 4)のとき $\frac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

(2, 3, 3, 4)のとき $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り, (3, 3, 3, 3)のとき1通り

よって, 合計 $12 + 6 + 24 + 24 + 12 + 12 + 4 + 12 + 6 + 12 + 1 = 125$ 通り

したがって, 求める確率は $\frac{125}{6^4} = \frac{125}{1296}$

3

三角不等式より、 $f(x) = |x^3 - 3x + a| \leq |x^3 - 3x| + |a|$ (等号成立は $(x^3 - 3x) \cdot a \geq 0$ のとき) ……①

ここで、 $g(x) = x^3 - 3x$ ($0 \leq x \leq 2$) とおくと、

$g'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$ より、 $g'(x) = 0$ のとき $x = 1$

x	0	…	1	…	2
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	0	↘	-2	↗	2

よって、 $0 \leq x \leq 2$ における $|g(x)| = |x^3 - 3x|$ の最大値は 2 だから、

①より、 $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値 $M(a)$ は $M(a) = 2 + |a|$

したがって、 $|a| \geq 0$ (等号成立は $a = 0$ のとき) より、 $M(a) = 2 + |a|$ の最小値は 2

4 数学①

$$(1) \quad x^2 - 2x + \frac{2x}{1+x^2} = \frac{(x^2 - 2x)(1+x^2) + 2x}{1+x^2} = \frac{(x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x) + 2x}{1+x^2}$$
$$= \frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{1+x^2} = \frac{x^2(x^2 - 2x + 1)}{1+x^2} = \frac{x^2(1-x)^2}{1+x^2}$$

よって、 $f(x) = x^2 - 2x + \frac{2x}{1+x^2}$ が成り立つ。

$$(2) \quad \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(x^2 - 2x + \frac{2x}{1+x^2} \right) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + \log(1+x^2) \right]_0^1 = \log 2 - \frac{2}{3}$$

(3) $0 \leq x \leq 1$ において $f(x) = \frac{x^2(1-x)^2}{1+x^2} \geq 0$ より、 $\int_0^1 f(x) dx$ は曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積

を表すので、 $\int_0^1 f(x) dx > 0 \Leftrightarrow \log 2 - \frac{2}{3} > 0$ である。

よって、 $\log 2 - \frac{2}{3} > 0 \Leftrightarrow \log 2 > \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log 2 > 1 \Leftrightarrow \log 2^{\frac{3}{2}} > 1 \Leftrightarrow \log 2\sqrt{2} > \log e$ が成り立つ。

したがって、 $e < 2\sqrt{2}$ が成り立つ。

4 数学②

(1) $x^2 - x - 1 = 0$ の 2 解が α , β だから, 解と係数の関係より, $\alpha + \beta = 1$, $\alpha\beta = -1$

よって, $L_1 = \alpha + \beta = 1$

$$L_2 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1^2 - 2 \cdot (-1) = 3$$

$$L_3 = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 1^3 - 3 \cdot (-1) \cdot 1 = 4$$

(2) α は $x^2 - x - 1 = 0$ の解だから, $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \alpha^2 = \alpha + 1$ が成り立つ。

両辺に α^n をかけて, $\alpha^{n+2} = \alpha^{n+1} + \alpha^n \dots\dots ①$

同様にして, $\beta^{n+2} = \beta^{n+1} + \beta^n \dots\dots ②$

①+②より, $\alpha^{n+2} + \beta^{n+2} = (\alpha^{n+1} + \beta^{n+1}) + (\alpha^n + \beta^n)$

よって, $L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$ が成り立つ。

(3) 「 $L_n - 3^{n-1}$ は 5 の倍数である。」…… (*) とおく。

任意の自然数 n に対して (*) が成り立つことを数学的帰納法で示す。

(i) $n = 1, 2$ のとき

$L_1 - 3^0 = 1 - 1 = 0 = 5 \times 0$, $L_2 - 3^1 = 3 - 3 = 0 = 5 \times 0$ より, (*) は成り立つ。

(ii) $n = k$, $k+1$ (k は自然数) のとき (*) が成り立つと仮定すると,

$$L_k - 3^{k-1} = 5a, \quad L_{k+1} - 3^k = 5b \quad (a, b \text{ は整数}) \text{ と表せるので, } L_k = 5a + 3^{k-1}, \quad L_{k+1} = 5b + 3^k$$

このとき, (2) より,

$$\begin{aligned} L_{k+2} - 3^{(k+2)-1} &= L_{k+1} + L_k - 3^{k+1} = (5b + 3^k) + (5a + 3^{k-1}) - 3^{k+1} \\ &= 5(a+b) + 3^{k-1}(3+1-3^2) = 5(a+b-3^{k-1}) \end{aligned}$$

ここで, $a+b-3^{k-1}$ は整数だから, $L_{k+2} - 3^{(k+2)-1}$ は 5 の倍数である。

よって, $n = k+2$ のときも (*) は成り立つ

以上 (i), (ii) より, 任意の自然数 n に対して (*) が成り立つ。

したがって, 任意の自然数 n に対して $L_n - 3^{n-1}$ は 5 の倍数である。

1

$$\begin{aligned}(\log_3 4 + \log_9 16)(\log_4 9 + \log_{16} 3) &= \left(\log_3 2^2 + \frac{\log_3 16}{\log_3 9} \right) \left(\frac{\log_2 9}{\log_2 4} + \frac{\log_2 3}{\log_2 16} \right) \\ &= \left(2\log_3 2 + \frac{\log_3 2^4}{2} \right) \left(\frac{\log_2 3^2}{2} + \frac{\log_2 3}{4} \right) \\ &= (2\log_3 2 + 2\log_3 2) \left(\log_2 3 + \frac{\log_2 3}{4} \right) \\ &= 4\log_3 2 \times \frac{5}{4} \log_2 3 \\ &= 5\log_3 2 \times \frac{\log_3 3}{\log_3 2} = 5\end{aligned}$$

2

$$(1) \tan \frac{\pi}{12} = \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

よって、 $\tan \frac{\pi}{12} = \frac{1}{\alpha}$ が成り立つ。

$$(2) \beta = \frac{\alpha + i}{\alpha - i} = \frac{1 + \frac{1}{\alpha}i}{1 - \frac{1}{\alpha}i} = \frac{1 + i \tan \frac{\pi}{12}}{1 - i \tan \frac{\pi}{12}} = \frac{1 + i \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12}}}{1 - i \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12}}} = \frac{\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}} = \frac{\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}}{\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right)}$$

$$= \cos \left\{ \frac{\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right\} + i \sin \left\{ \frac{\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right\} = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$$

$$(3) \beta^n = 1 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{6} n + i \sin \frac{\pi}{6} n = \cos 0 + i \sin 0 \text{ より,}$$

$$\frac{\pi}{6} n = 2\pi \times k \quad (k \text{ は整数}) \Leftrightarrow n = 12k$$

よって、最小の自然数 n は、 $k=1$ として、 $n=12$

3

(1) $f(x) = sx^{s-1}$ ($x \geq 1$) とおくと, $f'(x) = s(s-1)x^{s-2} > 0$ より, $x \geq 1$ で $f(x)$ は単調増加。
よって, 任意の自然数 n に対して, $n \leq x \leq n+1$ で $f(x) > f(n)$ が成り立つ。

よって, $\int_n^{n+1} f(x)dx > \int_n^{n+1} f(n)dx \Leftrightarrow [x^s]_n^{n+1} > [sn^{s-1} \cdot x]_n^{n+1} \Leftrightarrow (n+1)^s - n^s > sn^{s-1}$ が成り立つ。

したがって, $(n+1)^s - n^s > sn^{s-1}$ が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 (2) \quad b_n - b_{n+1} &= a_n + \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} - \left\{ a_{n+1} + \frac{1}{(s-1)(n+1)^{s-1}} \right\} = \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} - \frac{1}{(s-1)(n+1)^{s-1}} - (a_{n+1} - a_n) \\
 &= \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} - \frac{1}{(s-1)(n+1)^{s-1}} - \left(\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k^s} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^s} \right) \\
 &= \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} - \frac{1}{(s-1)(n+1)^{s-1}} - \frac{1}{(n+1)^s} \\
 &= \frac{(n+1)^s - n^{s-1}(n+1) - (s-1)n^{s-1}}{(s-1)n^{s-1}(n+1)^s} \\
 &= \frac{(n+1)^s - (n^s + n^{s-1}) - (sn^{s-1} - n^{s-1})}{(s-1)n^{s-1}(n+1)^s} \\
 &= \frac{(n+1)^s - n^s - sn^{s-1}}{(s-1)n^{s-1}(n+1)^s}
 \end{aligned}$$

ここで, (1) より, $(n+1)^s - n^s - sn^{s-1} > 0$ であり, $s > 1$ より, $(s-1)n^{s-1}(n+1)^s > 0$

よって, $\frac{(n+1)^s - n^s - sn^{s-1}}{(s-1)n^{s-1}(n+1)^s} > 0$ より, $b_n - b_{n+1} > 0$ すなわち $b_{n+1} < b_n$ が成り立つ。

(3) $b_{n+1} < b_n$ を繰り返し用いて, $b_n < b_{n-1} < b_{n-2} < \dots < b_2 < b_1$ より,

$$b_n < b_1 \Leftrightarrow a_n + \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} < a_1 + \frac{1}{(s-1) \cdot 1^{s-1}} \Leftrightarrow a_n + \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} < 1 + \frac{1}{s-1} \text{ が成り立つ。}$$

よって, $a_n < 1 + \frac{1}{s-1} - \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} = \frac{s}{s-1} - \frac{1}{(s-1)n^{s-1}} = \frac{1}{s-1} \left(s - \frac{1}{n^{s-1}} \right)$ が成り立つ。

したがって, $a_n \leq \frac{1}{s-1} \left(s - \frac{1}{n^{s-1}} \right)$ が成り立つ。

4

(i) $p=1$ のとき

$$a_n = \int_n^{2n} \frac{1}{x} dx = [\log x]_n^{2n} = \log 2n - \log n = \log \frac{2n}{n} = \log 2 \text{ より, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \log 2$$

(ii) $0 < p < 1$ のとき

$$a_n = \int_n^{2n} \frac{1}{x^p} dx = \left[\frac{1}{1-p} x^{1-p} \right]_n^{2n} = \frac{1}{1-p} \{ (2n)^{1-p} - n^{1-p} \} = \frac{1}{1-p} (2^{1-p} - 1) \cdot n^{1-p}$$

ここで, $1-p > 0$ より, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1-p} = \infty$

よって, $\frac{1}{1-p} (2^{1-p} - 1) > 0$ より, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

(iii) $1 < p$ のとき

$$a_n = \int_n^{2n} \frac{1}{x^p} dx = \left[\frac{1}{1-p} x^{1-p} \right]_n^{2n} = \frac{1}{1-p} \{ (2n)^{1-p} - n^{1-p} \} = \frac{1}{1-p} (2^{1-p} - 1) \cdot n^{1-p}$$

ここで, $1-p < 0$ より, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1-p} = 0$

よって, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

1

$x \geq 0$ のとき $C: y = x^2$ より, $y' = 2x$

よって, 接線 $l: y - a^2 = 2a(x - a) \Leftrightarrow y = 2ax - a^2 \cdots \cdots \textcircled{1}$

$x < 0$ のとき $C: y = -x^2 \cdots \cdots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より, } 2ax - a^2 = -x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2ax - a^2 = 0$$

よって, $x = -a \pm \sqrt{2a^2} = (-1 \pm \sqrt{2})a$ で, $x < 0$ より, $x = (-1 - \sqrt{2})a = -(1 + \sqrt{2})a = b$ とおく。

$$S = \int_b^0 \{-x^2 - (2ax - a^2)\} dx + \int_0^a \{x^2 - (2ax - a^2)\} dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 - ax^2 + a^2x \right]_b^0 + \left[\frac{1}{3}x^3 - ax^2 + a^2x \right]_0^a$$

$$= \frac{1}{3}b^3 + ab^2 - a^2b + \frac{1}{3}a^3$$

$$= \frac{1}{3}b(b^2 + 3ab - 3a^2) + \frac{1}{3}a^3$$

$$= \frac{1}{3}b\{-(3 + \sqrt{2})\}a^2 + \frac{1}{3}a^3$$

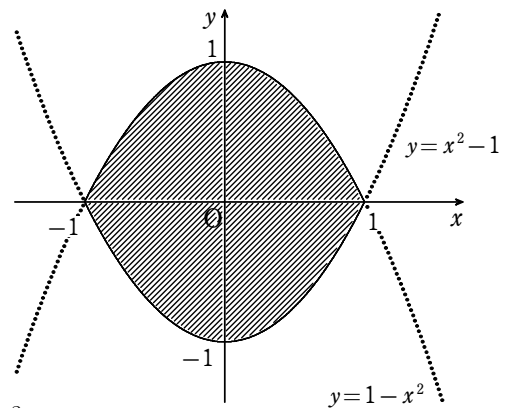
$$= \frac{1}{3}(1 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})a^3 + \frac{1}{3}a^3$$

$$= \frac{1}{3}(6 + 4\sqrt{2})a^3$$

$$= \frac{2}{3}(3 + 2\sqrt{2})a^3$$

2

- (1) 領域 D_1 は図の斜線部分。境界線を含む。
 格子点は $(-1, 0)$, $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(0, -1)$
 $(1, 0)$ だから, $L_1 = 5$



- (2) $x = k$ のとき, $|y| \leq n^2 - k^2$ より, $-(n^2 - k^2) \leq y \leq n^2 - k^2$

よって, 格子点の個数は, $(n^2 - k^2) - \{-(n^2 - k^2)\} + 1 = 2n^2 - 2k^2 + 1$ 個

- (3) 領域 D_n は y 軸に関して対称だから,

$$\begin{aligned}
 L_n &= (2n^2 + 1) + 2 \sum_{k=1}^n (2n^2 - 2k^2 + 1) \\
 &= (2n^2 + 1) + 2 \sum_{k=1}^n (2n^2 + 1) - 4 \sum_{k=1}^n k^2 \\
 &= (2n^2 + 1) + 2n(2n^2 + 1) - 4 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \\
 &= (2n^2 + 1)(2n+1) - \frac{2}{3} n(n+1)(2n+1) \\
 &= \frac{1}{3} (2n+1) \{3(2n^2 + 1) - 2n(n+1)\} \\
 &= \frac{1}{3} (2n+1)(4n^2 - 2n + 3)
 \end{aligned}$$

3

点 P が平面 ABC 上にあるとき、 $\overrightarrow{OP} = (1-s-t)\overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OC}$ と表せる。

$$\text{よって、 } (a, a, a) = (1-s-t)(3, 0, 0) + s(0, 4, 0) + t(0, 0, 5) \text{ より、 } \begin{cases} a = 3 - 3s - 3t \\ a = 4s \\ a = 5t \end{cases}$$

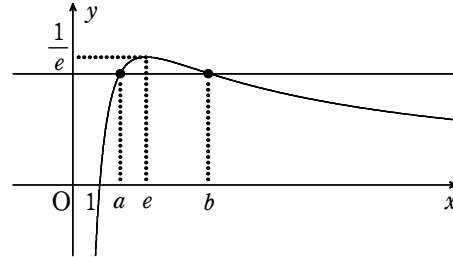
$$\text{よって、 } a + \frac{3}{4}a + \frac{3}{5}a = 3 \Leftrightarrow \frac{47}{20}a = 3 \text{ より、 } a = \frac{60}{47}$$

4 数学①

$$(1) f(x) = \frac{\log x}{x} \quad (x > 0) \text{ より, } f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \log x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \log x}{x^2}$$

$f'(x) = 0$ のとき, $\log x = 1 \Leftrightarrow x = e$

x	0	...	e	...
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗	$\frac{1}{e}$	↘



よって, $0 < x \leq e$ で増加し, $e \leq x$ で減少する。

また, $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ より, 曲線 $y = f(x)$ ($x > 0$) のグラフは図のようになる。

(2) グラフより, $f(a) = f(b)$ ($a < b$) を満たす自然数 a, b は, $1 < a < e < b$ となる。

よって, $2 < e < 3$ より, $a = 2$ である。

$$\text{また, } f(4) = \frac{\log 4}{4} = \frac{2 \log 2}{4} = \frac{\log 2}{2} \text{ より, } f(2) = f(4) \text{ が成り立ち,}$$

グラフより, $f(2) = f(b)$ を満たす b はただ 1 つだから, $b = 4$ である。

したがって, $a = 2, b = 4$

$$(3) f\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right) = \frac{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} = \frac{n \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}$$

$$f\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}\right) = \frac{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{(n+1) \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} = \frac{(n+1) \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\frac{n+1}{n} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} = \frac{n \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}$$

よって, $f\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right) = f\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}\right)$ が成り立つ。

また, $1 < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ だから,

(2) と同様にして, グラフより, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ である。

したがって, 大きい順に, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}, e, \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ となる。

4 数学②

(1) $n \equiv 1 \pmod{3}$ のとき, $n^2 \equiv 1^2 \equiv 1 \pmod{3}$

$n \equiv 2 \pmod{3}$ のとき, $n^2 \equiv 2^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3}$

よって, 自然数 n が 3 で割り切れないとき, n^2 を 3 で割った余りは 1 である。

(2) (1) より, $a^2 + b^2$ が 3 で割り切れるとき, a, b はともに 3 の倍数である。

よって, a, b ($1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10, a \leq b$) は,

$(a, b) = (3, 3), (3, 6), (3, 9), (6, 6), (6, 9), (9, 9)$

(3) $a^2 + b^2 = 2754 = 2 \cdot 3^4 \cdot 17$ ($a \leq b$) ……①

$a^2 + b^2$ は 3 の倍数だから, (1) より, a, b はともに 3 の倍数である。

よって, $a = 3m_1, b = 3n_1$ (m_1, n_1 は自然数で $m_1 \leq n_1$) とおけ, ①に代入すると,

$$9m_1^2 + 9n_1^2 = 2 \cdot 3^4 \cdot 17 \Leftrightarrow m_1^2 + n_1^2 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17 \dots\dots ②$$

$m_1^2 + n_1^2$ は 3 の倍数だから, (1) より, m_1, n_1 はともに 3 の倍数である。

よって, $m_1 = 3m_2, n_1 = 3n_2$ (m_2, n_2 は自然数で $m_2 \leq n_2$) とおけ, ②に代入すると,

$$9m_2^2 + 9n_2^2 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17 \Leftrightarrow m_2^2 + n_2^2 = 2 \cdot 17 = 34 \dots\dots ③$$

ここで, $m_2^2 = 34 - n_2^2 \geq 0$ より, $1 \leq n_2 \leq 5$

順番に③に代入すると, $m_2 = 3, n_2 = 5$ となる。

よって, $m_1 = 3 \cdot 3 = 9, n_1 = 3 \cdot 5 = 15$

したがって, $a = 27, b = 45$